DS1 : AP2 - Algo
IUT - Université de Bordeaux

Groupe S2D - Ens. D. Fourer

22 mars 2010

1 Tableaux : Partitions

On définit la partition $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_k)$ d'un entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$ en k parts entières telle que

- $1 \leq \lambda_i \leq n$ pour $1 \leq i \leq k$
- $\lambda_i \geq \lambda_j$ pour $1 \leq i < j \leq k$
- $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i = n$

1.1 Exercice 1 (2 points)

Précisez n et k dans le cas où les tableaux suivant codent une partition. Dans le cas contraire expliquez la condition qui n'a pas été vérifiée.

- $(6, 5, 5, 4, 1, 1)$
- $(7, 7, 5, 3, 3, 2)$
- $(7, 4, 3, 2, 1, 1, 0)$
- $(\underbrace{9, 8, ..., 1}_{\lambda_1 \to \lambda_9}, 1)$

1.2 Exercice 2 (4 points)

Ecrivez en Exalgo une fonction qui indique si un tableau code une partition. (On passe λ, k, n en paramètre et on retourne un booléen)

1.3 Exercice 3 (4 points)

On considère les partitions λ et λ' du même entier n. On a $\lambda > \lambda'$ si il existe j tel que pour $i < j$ nous avons $\lambda'_i = \lambda_i$ et $\lambda'_j < \lambda_j$ pour $i, j \in [1, k]$. λ' est donc la partition suivante de λ.

Par exemple $(5, 5, 3, 2) > (5, 5, 3, 1, 1) > (5, 5, 2, 2, 1)$

Indiquez la première partition qui suit lorsque celle-ci existe :

- $(2, 2, 1, 1, 1)$
- $(3, 3)$
- $(5, 4, 3, 2, 1)$

Décrivez en quelques lignes comment vous implémenteriez un algorithme qui calcule la partition suivante d'une partition donnée.

2 Tableaux : Permutations

On définit une permutation $\pi = \pi_1\pi_2...\pi_n$ de taille n telle que nous avons :
- $\pi_i \in [1, n]$ pour $1 \leq i \leq n$
- $\pi_i \neq \pi_j$ si $i \neq j$

2.1 Exercice 4 (4 points)

Proposez un algorithme en Exalgo qui vérifie la validité d'une permutation à partir d'un tableau. (On passe π, et n en paramètre et on retourne un booléen)

2.2 Exercice 5 (4 points)

On définit une structure cyclique d'une permutation π de taille n. Le k-uplet $(\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_k$ est un cycle de π si nous avons
- $\gamma_1 = \min(\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_k)$
- $\pi_{\gamma_i} = \gamma_{i+1}$ et $\pi_{\gamma_k} = \gamma_1$

Ecrivez en Exalgo une fonction qui retourne le nombre de cycle d'une permutation (On passe π et n en paramètre)

2.3 Exercice 6 (2 points)

Expliquez en quelques lignes comment il est possible de coder une permutation de taille n par une matrice carrée de booléens. Quelles sont les particularités de la matrice obtenue ? Dites par exemple comment coderiez-vous la permutation 3421 par une matrice ?

3 Bonus (3 points)

Rappeler le principe de l'algorithme **Quicksort** vu en cours. Décrivez son principe et/ou proposez une version en Exalgo.